

【 数学－ 1 】

【 Mathematics－1 】

以下の問に答えよ。

Answer the following questions.

問 1 (Q1)

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ の逆行列 \mathbf{A}^{-1} を、公式 $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \tilde{\mathbf{A}}$ (ただし、 $\tilde{\mathbf{A}}$ は \mathbf{A} の余因子行列)、もしくは掃き出し法で求めよ。

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Find the inverse of matrix \mathbf{A} by the formula $\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \tilde{\mathbf{A}}$, where $\tilde{\mathbf{A}}$ is the adjugate matrix of \mathbf{A} , or by the sweeping method.

問 2 (Q2)

空間ベクトル場 $\mathbf{f} = (x^2, 2xz, z^2)$ において、図 1 に示すように $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ の三つの座標平面と、平面 $y = 1$ と平面 $z = 3 - x$ とで囲まれる領域を V とおく。 $\iiint_V \operatorname{div} \mathbf{f} dV$ を求めよ。

In the space vector field $\mathbf{f} = (x^2, 2xz, z^2)$, let V be the region bounded by the three coordinate planes $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, the plane with $y = 1$, and the plane with $z = 3 - x$, as shown in Figure 1.

Estimate $\iiint_V \operatorname{div} \mathbf{f} dV$.

(次ページに続く)

(Continued on the next page)

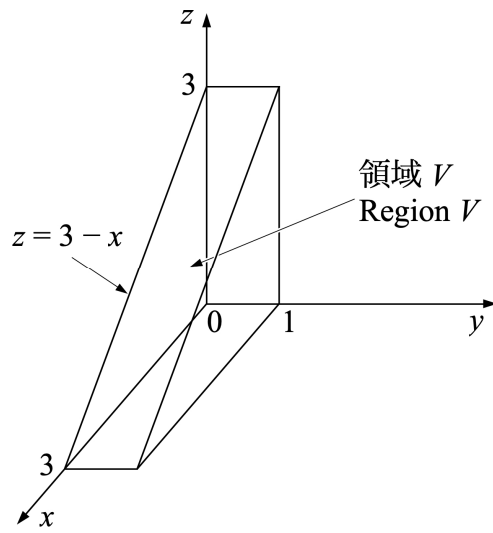


圖 1 (Figure 1)

【 数学－ 2 】

【 Mathematics－2 】

以下の問に答えよ。ただし、 z は複素数とし、 $i = \sqrt{-1}$ は虚数単位である。

Answer the following questions. Let the imaginary unit be defined as $i = \sqrt{-1}$.

問 1 (Q1)

$\sqrt[4]{\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}i}$ のべき乗根を全て求め、複素平面上に図示せよ。

Find all power root of $\sqrt[4]{\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}i}$ and plot them on the complex plane.

問 2 (Q2)

$f(z) = \frac{1}{z+1}$ を、 $z = 1$ を中心にテイラー展開せよ。また、収束半径を求めよ。

Find the Taylor series expansion of the function $f(z) = \frac{1}{z+1}$ about $z = 1$ and the radius of convergence.

問 3 (Q3)

次の積分を求めよ。ただし、 C は任意の単一閉曲線とする。

$$I = \int_C \frac{4-3z}{z^2-z} dz$$

Compute the following integral. Let C be any single closed curve.

$$I = \int_C \frac{4-3z}{z^2-z} dz$$

【 物理－ 1 】

図1のように質量の異なる二種類の質点 A と B が交互に並び、無限に長い一次元鎖を構成している。平衡状態において互いの質点は距離 d だけ離れ、その間は弾性定数 k のばねでつながれている。質点 A と B の質量はそれぞれ M および m ($M > m$) である。 n 番目の質点 A と B を x 方向に変位させたとき、平衡位置からの変位をそれぞれ U_n と u_n とする。ただし、重力や摩擦などの外力は無視できる。以下の問に答えよ。

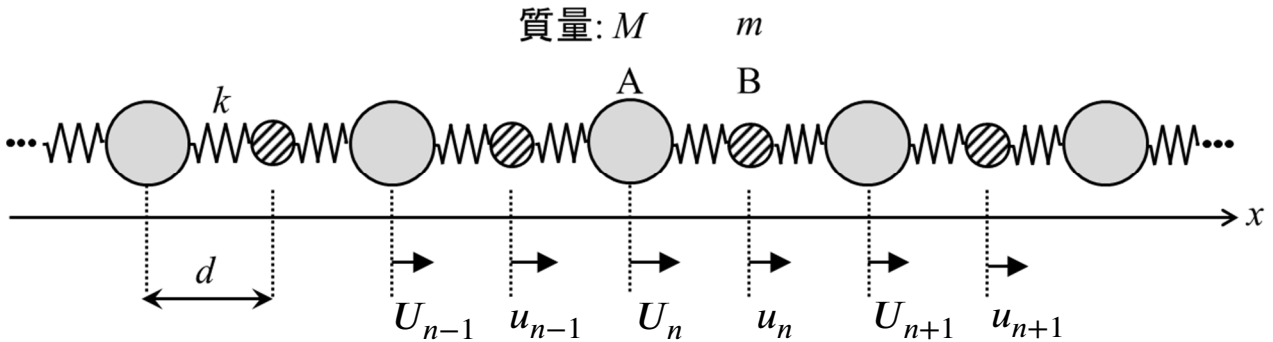


図 1

問 1 n 番目の質点 A と B の運動方程式をそれぞれ求めよ。

問 2 質点 A と B の振幅を I_M および I_m とし、変位 U_n と u_n は、 $U_n = I_M \exp\{i(qnd - \omega t)\}$ および $u_n = I_m \exp\{i(qnd - \omega t)\}$ の波で伝搬する。このときの角振動数 ω を求めよ。ただし、時刻を t 、伝搬する波の波数を q とする。また、 $i = \sqrt{-1}$ は虚数単位である。

問 3 $q = 0$ および $q = \frac{\pi}{d}$ における角振動数 ω を求めよ。

問 4 $q = 0$ において隣り合う質点の変位振幅 I_M および I_m の関係を求め、質点 A と B が振動するときの位相について説明せよ。

【 物理－ 2 】

電荷 $+q$ の点電荷と電荷 $-q$ の点電荷が、微小距離 $a = |\mathbf{a}|$ だけ離れているときに、両電荷が成す電気双極子モーメント \mathbf{p} は、 $\mathbf{p} = q\mathbf{a}$ で定義される。ここで、 \mathbf{a} は負電荷を始点で正電荷を終点とするベクトルである。系は誘電率 ϵ_0 の真空中にあるとする。以下の問に答えよ。

問 1 電場 \mathbf{E} の中にある電気双極子モーメント \mathbf{p} の位置エネルギーが $-\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$ で与えられることを示せ。

問 2 十分大きい距離 \mathbf{R} ($R = |\mathbf{R}| \gg a$) だけ離れて固定されている二つの電気双極子モーメント \mathbf{p}_1 および \mathbf{p}_2 がある。 \mathbf{p}_1 が \mathbf{p}_2 の位置に作る電場 \mathbf{E}_1 が

$$\mathbf{E}_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{grad} \left(\frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{R}}{R^3} \right)$$

で与えられることを示せ。

問 3 問 2 の二つの電気双極子モーメントどうしの相互作用の位置エネルギーが

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{R^3} - \frac{3(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{R})(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{R})}{R^5} \right]$$

で書けることを示せ。

問 4 次に、 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$ 、すなわち、二つの電気双極子モーメントが平行であり、かつ、大きさが等しいとする。いま、均一な外部電場 \mathbf{E}_{ext} があり、図 1(a) に示すように電気双極子モーメントが外部電場に対して平行な場合 ($\mathbf{p} \parallel \mathbf{E}_{\text{ext}}$) と、図 1(b) に示すように直交している場合 ($\mathbf{p} \perp \mathbf{E}_{\text{ext}}$) を考える。(b) の配置が (a) の配置より安定となる外部電場の大きさを求めよ。

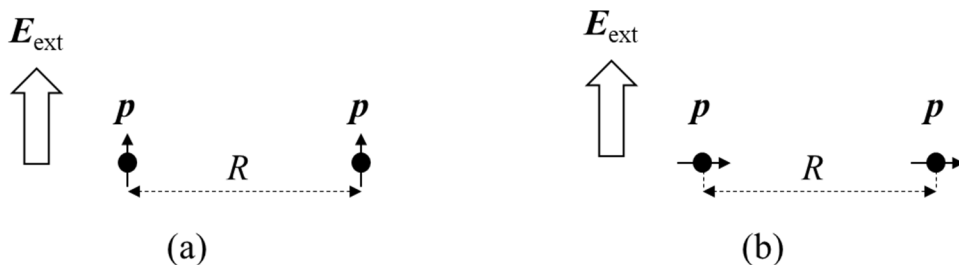


図 1

【 化学－ 1 】

立方体空洞容器内に気体の単原子分子を充填した。このとき、以下の間に答えよ。ただし、充填された分子は剛体球として振る舞い、容器の全容積に比べ分子自身の占める容積は無視することが可能であり、分子同士が直接衝突している期間を除き分子間に反発力や引力はないものとする。また、容器内壁表面と気体分子の温度は同一であり、重力は無視できるものとする。

なお、計算に必要な場合は次の数値を使用し、解答の計算値は有効数字 2 桁で示すこと。

$$M_{\text{Ar}} (\text{アルゴン (Ar) のモル質量}) = 40 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_{\text{Ne}} (\text{ネオン (Ne) のモル質量}) = 20 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{ボルツマン定数 } k = 1.4 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\sqrt{2} = 1.4, \quad 1/1.4 = 7.1 \times 10^{-1}, \quad 1/3 = 3.3 \times 10^{-1}, \quad 1/580 = 1.7 \times 10^{-3}$$

問 1 気体分子に関するマックスウェル-ボルツマン (Maxwell-Boltzmann) の速さの分布関数 $f(v)$ は、気体分子の速さ (速度ベクトルの大きさ) を v として、ボルツマン定数 k 、絶対温度 T 、分子 1 個の質量 m 、円周率 π を用いて

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

で与えられる。容器内の気体分子の平均速さ $\langle v \rangle$ を k 、 T 、 m 、 π を使って表せ。

なお、 $\int_0^{\infty} x^3 \exp(-ax^2) dx = \frac{1}{2a^2}$ である。

問 2 エネルギー等分配則を考慮して、容器内の気体分子の根二乗平均速さ $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ を気体定数 R 、 T およびモル質量 M を使って表せ。

問 3 体積 V の立方体空洞容器の内壁に、単位面積あたり 1 秒間に衝突する気体分子の数 Γ は、容器内に存在する分子の 1 モルあたりの密度を d として、

$$\Gamma = (d \langle v \rangle) / 4$$

で与えられる。

(a) d を k 、 T および容器内の気体の圧力 p を用いて表せ。

(b) 容器内に単原子分子として Ar を充填した。容器の内壁の一辺が 0.1 m、 $T = 300 \text{ K}$ 、 $p = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ において、立方体容器内壁の一つの面に 1 秒間に衝突する Ar 分子の数 Γ を求めよ。ただし、Ar のかわりに Ne を同じ容器内に同一の T および p で充填した場合の平均速さ $\langle v(\text{Ne}) \rangle$ は $580 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ である。

(c) $T = 300 \text{ K}$ において、内壁の表面に露出している原子 1 個に対して、Ar 分子が毎秒 1 個衝突しているときの圧力 p を求めよ。ただし、内壁の表面原子数密度 (単位面積あたりの露出原子数) を $1.0 \times 10^{19} \text{ m}^{-2}$ とする。

【 化学－ 2 】

量子化学における分子軌道法の考え方を，原子が三次元的に配列した固体に応用することで，固体の電子状態を表すバンド構造を議論することができる．紫外発光素子用の材料として活用されている GaN の結晶中では，Ga 原子同士の原子オービタル，N 原子同士の原子オービタル，さらには Ga 原子と N 原子の原子オービタルが重なることで，3.4 eV のバンドギャップを有するバンド構造が形成される．以下の問に答えよ．

問 1 Ga 原子と N 原子の電子配置を，以下の例にならって書け．

例：Li 原子の電子配置 $1s^2 2s^1$

問 2 縦軸をエネルギー，横軸を電子状態密度として，図 1 の例にならって，GaN のフェルミ準位近傍の電子状態密度図を書くとともに，フェルミ準位と価電子帯の位置を書け．

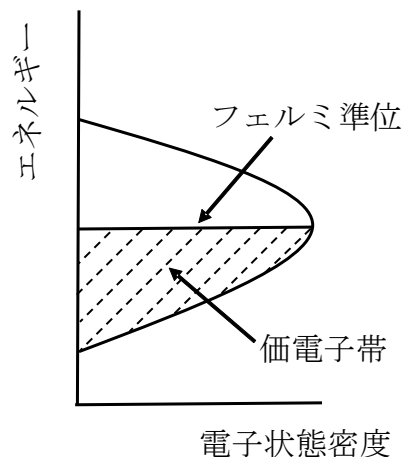


図 1 電子状態密度図の例

問 3 GaN の価電子帯の上端を主に構成するのは，Ga または N のどの原子オービタルであるかを書け．また，その理由について図を用いて説明せよ．ここで，N 原子の 2s, 2p オービタルのエネルギーはそれぞれ -25.56 eV, -13.18 eV, Ga 原子の 4s, 4p オービタルのエネルギーはそれぞれ -12.61 eV, -5.93 eV である．

問 4 GaN は紫外発光素子用の材料であり可視光発光を実現できないが，GaN 中の Ga の一部を In に置換した InGaN では可視光である青色の発光が可能となる．この理由を，GaN と InGaN の電子状態密度図を用いて説明せよ．ここで，周期表において In は Ga と同族の元素である．

(次ページに続く)

- 問5 GaN中の微量のGaをMgに置換することによって、電気伝導を担う正孔(ホール)の数が大幅に増加したp型GaNが作製できる。このGaのMgへの置換によって正孔の数が増加する理由について、GaNの電子状態密度図を用いて説明せよ。
- 問6 n型GaNは比較的容易に作製できるのに対し、p型GaNの作製は難しいことが知られている。その理由は、GaNの合成時に使用されるNH₃のHがGaN中に残存することにある。なぜ、GaN中の微量のGaをMgに置換しても、残存するHによってp型GaNの作製が阻害されるのかの理由について説明せよ。
- 問7 p型GaN中の正孔の数を増加させる方法として、MgとOを2対1の比でドーピングする同時ドーピング法が電子状態計算により提唱され、その後、その有効性が実験的に証明されている。MgとOを2対1の比でドーピングすることによって、p型GaNが作製できる理由を説明せよ。また、Mgの単独でのドーピングに比べて、同時ドーピング法によって正孔の数が増加する理由について考えられるものを書け。

【 材料化学－ 1 】

以下の問に答えよ。解答の計算値は有効数字 3 桁で示すこと。必要ならば下記の数値を用いよ。

気体定数 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ ，ファラデー定数 $F = 9.65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$ ， $\ln 10 = 2.30$

問 1 図 1 は負極に金属 M，正極に金属 N を用いた電池における，放電または充電にともなう電極の分極状態を模式的に示している。

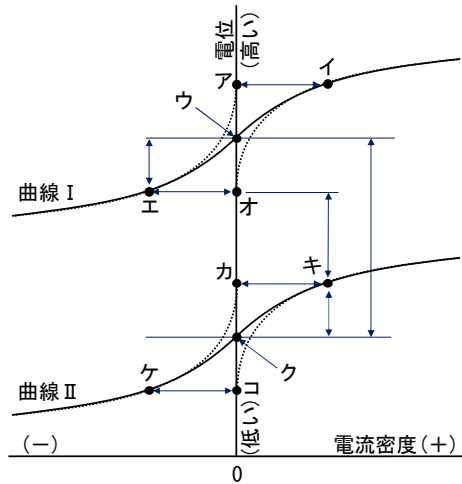


図 1 電池反応の分極曲線

どちらの極も電荷移動過程のみの反応であり，分極曲線は下記の式に従うものとする。ただし， α は対称因子， i は電流密度，金属 M，N どちらも z 価にイオン化するものとする。

$$i = i_0 \left[\exp\left(\frac{\alpha z F}{RT} \eta\right) - \exp\left(-\frac{(1 - \alpha) z F}{RT} \eta\right) \right] \quad (1)$$

- 式 (1) の名称を示せ。式中の交換電流密度 i_0 と過電圧 η についてそれぞれ説明せよ。また，開回路での正極と負極の電圧を図 1 中の記号で答えよ。
- 曲線 I および曲線 II は，正極または負極どちらの分極曲線かを答え，それぞれの放電時と充電時の電極反応式を記せ。
- 開回路から外部負荷が接続されて回路が閉じられると，正極と負極の電流と電圧はどのように変化するか，それぞれ図 1 中の記号を用いて説明せよ。
- 特性の良い電池を得るための条件を，図 1 中の記号を用いて説明せよ。

(次ページに続く)

(e) 放電中は $|\eta| \gg RT/\alpha zF$ となりターフェル (Tafel) の式

$$\eta = A + B \log i \quad (2)$$

が成立した. 式 (1) より式 (2) を導出せよ.

問2 ダニエル (Daniell) 電池



を考える. 脱気した CuSO_4 溶液中での Cu の電極反応の交換電流密度 i_0 は $10^{-2} \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$, 対称因子 α (Cu/Cu^{2+}) は 0.5 であった. 一方, 脱気した ZnSO_4 溶液中での Zn の電極反応の i_0 は $10^{-1} \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$, 対称因子 α (Zn/Zn^{2+}) は 0.5 であった. この電池の正極と負極の間に負荷を入れて, 電流密度 $i_{\text{dis}} = 10^2 \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$ で放電した. 温度 T は 298 K である.

(a) 正極反応のターフェルの式を示し, η [V] を求めよ.

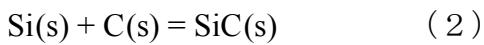
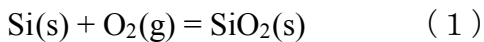
(b) 負極反応のターフェルの式を示し, η [V] を求めよ.

(c) このとき, 電池が示す作動電圧を求めよ.

ただし, Cu/Cu^{2+} の標準電極電位は 0.337 V (SHE 基準), Zn/Zn^{2+} の標準電極電位は -0.763 V (SHE 基準), CuSO_4 溶液と ZnSO_4 溶液の Cu^{2+} イオンと Zn^{2+} イオンの活量はそれぞれ 1 とし, 両液間の液間電位は無視する.

【 材料化学－ 2 】

ケイ素 Si(s) と酸素 O₂(g) や黒鉛 C(s) から二酸化ケイ素 SiO₂(s) や炭化ケイ素 SiC(s) が生成する反応 (式 (1), 式 (2)) の温度 $T=1300\text{ K}$ における標準ギブス (Gibbs) 自由エネルギー変化 ΔG° は, それぞれ $-680\text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ と $-64\text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ である. 図 1 に, O₂(g) の分圧 $P_{\text{O}_2}[\text{atm}]$ と C(s) の活量 a_c で表した Si-C-O 系の 1300 K における相安定図を示す. 以下の問に答えよ. ただし, 気体定数 R の値を $8.3\text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$, $1/\log e$ の値を 2.3 とし, Si(s) や SiO₂(s), SiC(s) は純物質として扱ってよい. また, 解答の計算値は小数点第 1 位まで示すこと.



- 問 1 相律を用いて点 P における系の自由度を説明せよ.
- 問 2 直線 PQ における $\log P_{\text{O}_2}$ の値を求めよ.
- 問 3 直線 PS が表す相平衡の化学反応式を記し, この反応の $\Delta G^\circ [\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}]$ を求めよ.
- 問 4 直線 PS を $\log a_c$ と $\log P_{\text{O}_2}$ を用いた式で表せ.
- 問 5 SiO₂(s) と C(s) が平衡状態で共存する条件を示せ.
- 問 6 破線で示した一酸化炭素 CO(g) 分圧 P_{CO} の等圧力線の傾きが $-1/2$ であることを説明せよ.

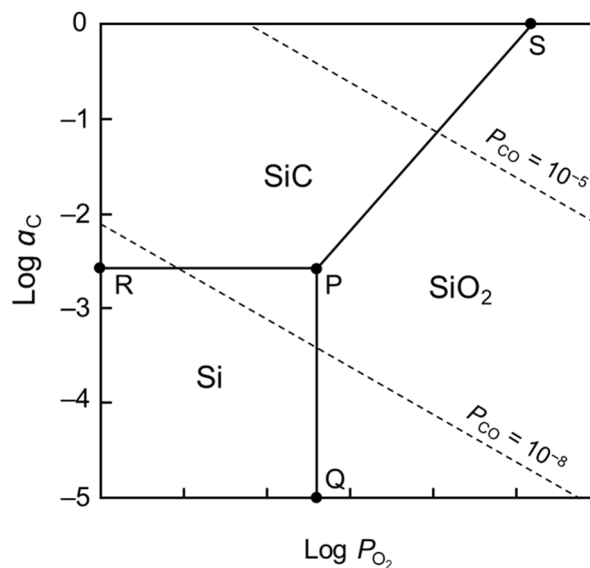


図1 Si-C-O 系の 1300 K における相安定図

(次ページに続く)

問7 Si-C-O系の気相には一酸化ケイ素 SiO(g)が含まれる. 式(3)の反応の1300 Kにおける ΔG° は $-210 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ である. 1300 KでSiO₂(s)とSiC(s)の両相と平衡して存在する気相中のSiO(g)の分圧 P_{SiO} が 10^{-6} atm のとき, $\log P_{\text{O}_2}$ と $\log a_{\text{C}}$ の値を求めよ.



【 材料物性－ 1 】

以下の問に答えよ。ただし、解答は全て解答用紙に記述すること。

- 問 1 元素 A に別の元素 Z を添加することによって合金化し、二元系の固溶体を得たい。固溶体は二種類に大別される。これらの名称とその特徴をそれぞれ記述せよ。
- 問 2 固溶体を形成しやすい元素の組み合わせを記述した合金則の名称とその内容を記述せよ。
- 問 3 図 1 に平衡状態図を示した A-Z 二元系合金の液相および固溶体相(A, Z)のギブス (Gibbs) 自由エネルギーをそれぞれ G_L および G_S とするとき、図 1 中の温度 T_1, T_2 および T_3 における G_L および G_S の組成依存性を示す線図をそれぞれ模式的に図示せよ。ただし、 T_1, T_2 および T_3 について、図 2 を参考にしてそれぞれ別のグラフ枠を用いて描け。また、液相および固溶体相の間に相平衡がある場合、接線を用いて明示すること。 a および b は温度 T_2 においてそれぞれ固相線および液相線に交わるモル分率を示す。

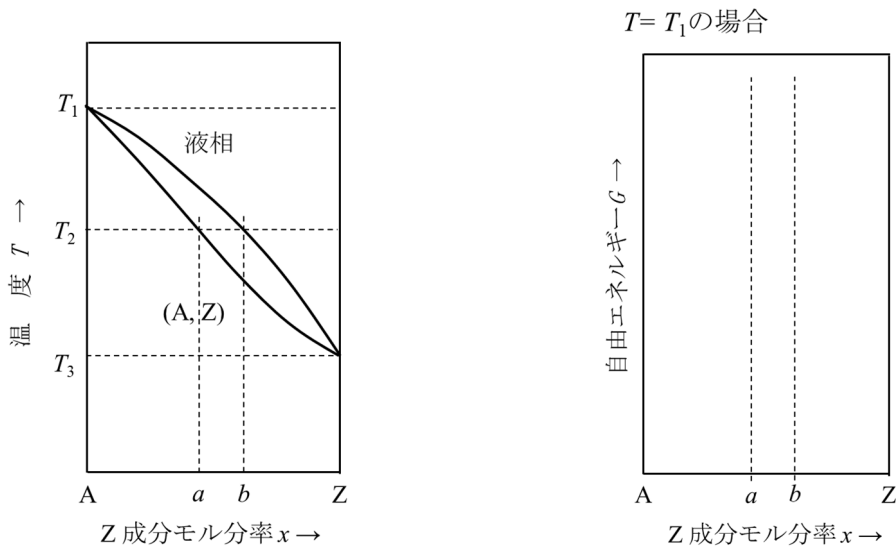


図 1 A-Z 二元系合金の平衡状態図 図 2 $T = T_1$ におけるグラフ枠の例

- 問 4 $A_{1-x}Z_x$ ($0 < x < 1$) の二元系固溶体において、A および Z 元素が格子点に不規則に配置する場合、配置エントロピー ΔS_c をスターリング (Stirling) の式を用いて記述せよ。また、これが等モル分率で最大になることを示し、その最大値 $\Delta S_{c,max}$ を気体定数 R を用いて表せ。

(次ページに続く)

- 問5 不規則固溶体は、等モル分率組成で配置エントロピーが最大になるが、固溶体の構成元素の数を n とする場合、 $\Delta S_{c,\max}$ を n を用いて表せ。
- 問6 Ti, Zr, Nb, Hf, Ta の五種類の元素を等モル分率で合金化すると、不規則固溶体が得られる。この構成成分元素を組み合わせた二元系等モル分率近傍組成の合金は、全率固溶する Zr-Ti 系, Zr-Hf 系, Nb-Ta 系を除いた全ての組み合わせにおいて、高温域では不規則固溶体であるが温度低下にともなって相分離する傾向がある。一方で、 $Ti_{0.2}Zr_{0.2}Nb_{0.2}Hf_{0.2}Ta_{0.2}$ といった五元系等モル分率合金では不規則固溶体が得られ、低温域でも相分離しないと考えられる。この理由を配置エントロピーが相の安定性に及ぼす影響の観点から熱力学的に考察せよ。

【材料物性－２】

いくつかの二元合金では、高温では構成原子が格子点の位置を不規則に占める不規則相を形成し、低温ではその特定の格子点の位置を一方の原子が占めそれ以外の位置を他方の原子が占める規則相を形成する．いまこのような合金の例として Cu_3Au を X 線回折で調べる場合について考える．回折面の指数 $(h k \ell)$ についての結晶構造因子 F_{hkl} は、

$$F_{hkl} = \sum_{j=1}^N f_j \exp[2\pi i (hx_j + ky_j + \ell z_j)]$$

と書ける．ここで、 f_j は j 番目の原子の原子散乱因子、 $(x_j y_j z_j)$ は j 番目の原子位置を格子定数を単位として表した座標、 N は単位胞中の原子の数、 i は虚数単位である．以下の問に答えよ．ただし、解答は全て解答用紙に記述すること．

問 1 規則相では、 (000) の位置を Au が、 $(1/2 1/2 0)$ 、 $(1/2 0 1/2)$ 、 $(0 1/2 1/2)$ の位置を Cu が占める．規則相の結晶構造因子を、Cu, Au の原子散乱因子 $f(\text{Cu})$, $f(\text{Au})$ を用いて示せ．

問 2 不規則相では、 (000) 、 $(1/2 1/2 0)$ 、 $(1/2 0 1/2)$ 、 $(0 1/2 1/2)$ の位置に不規則に Cu, Au 原子が分布している．不規則相の結晶構造因子を、Cu, Au の原子散乱因子 $f(\text{Cu})$, $f(\text{Au})$ を用いて示せ．

問 3 問 2 で求めた不規則相の結晶構造因子に対する消滅則を説明せよ．

問 4 解答用紙に図 1 を描き、不規則相の結晶の逆格子点のうち、指数が $h = 0$ かつ $0 \leq k \leq 3$ 、 $0 \leq \ell \leq 3$ の範囲で回折線が観測される点を、その上に●印で示せ．

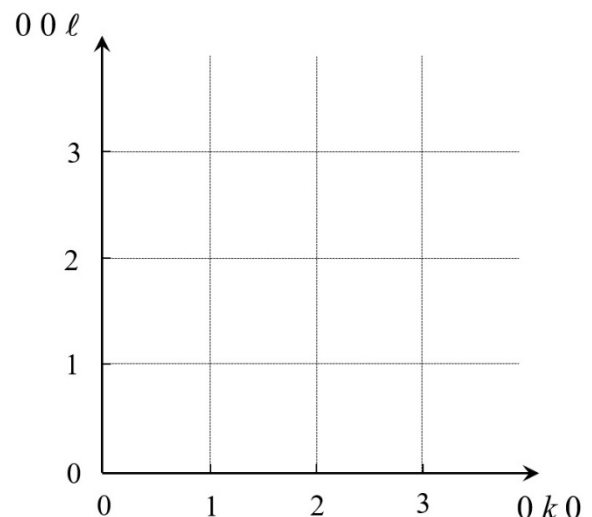


図 1

問 5 X 線の入射ベクトル、散乱ベクトルともに (100) 面内にあるとする．解答用紙に問 4 とは別に図 1 を描き、 (022) 面でブラッグ (Bragg) 反射が起こるときの入射ベクトル、回折線のベクトルおよびエバルト (Ewald) 球との位置関係を、その上に描け．ただし、エバルト球の半径は任意の長さとする．

【 材料加工－ 1 】

図1に示すように、単位長さ当たりの大きさ p の等分布荷重を受ける高さ h 、幅 b の長方形断面をもつ片持ちはりを考え、固定端 A を原点として、はりの軸方向右向きに x 軸、鉛直方向下向きに y 軸をとる。はりの長さを L 、縦弾性係数を E とし、以下の間に答えよ。ただし、はりの質量は無視できるものとする。

問1 固定端 A における反力および反モーメントを求めよ。

問2 固定端 A から任意の位置 x におけるせん断力 F および曲げモーメント M を求めよ。

問3 自由端 B におけるたわみをカスチリアノ (Castigliano) の定理を用いて求めよ。

問4 高さ h が一定である平等強さのはりとするためには、幅 b を x 軸方向に関してどのように変化させればよいか決定せよ。ただし、固定端 A における幅を b_0 とする。

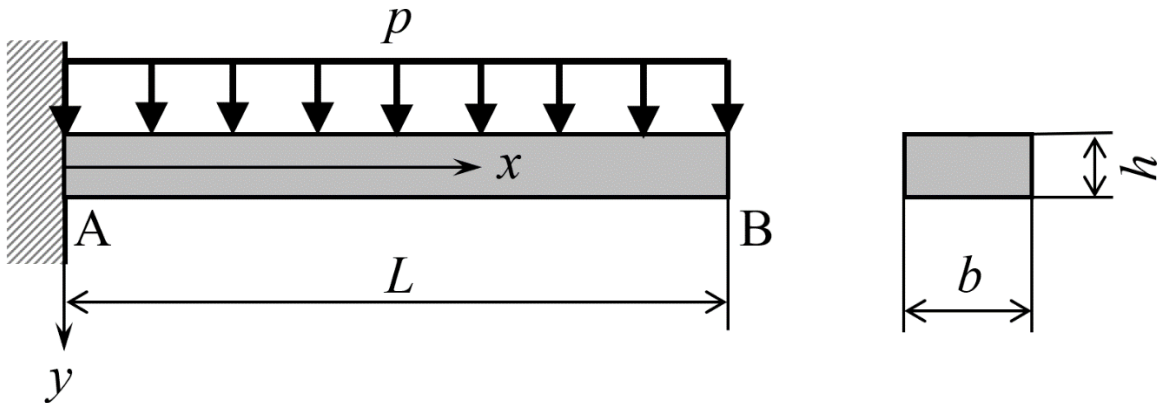


図1

【 材料加工－ 2 】

金属材料の強度向上の手段としては、

- (a) 加工による転位強化（加工硬化）
- (b) 結晶粒微細化による強化
- (c) 粒子分散による強化

が代表的である。以下、現実的に達成可能と考えられる最大限の上記三つの効果を多結晶合金に与えたとき、強度向上におよぼす影響を独立に検証することにする。以下の問に答えよ。解答の計算値は有効数字2桁で示すこと。また、(a)～(c)の変形は均一に起こり、材料の相変態、再結晶、回復等は考えないものとする。

なお問1～3の共通の条件として、多結晶合金は格子定数 0.34 nm の体心立方構造、剛性率 $G = 80 \text{ GPa}$ 、テイラー（Taylor）因子 $M = 3.0$ とする。必要に応じて、 $\sqrt{2} = 1.4$ 、 $\sqrt{3} = 1.7$ を用いて計算せよ。

- 問1 材料中の転位密度 ρ を $1.0 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ まで増大させたとき、ベイリー・ハーシュ（Bailey-Hirsch）の関係が成り立つものとして降伏応力 σ_y [MPa]を求めよ。なお、材料中には完全転位のみが均一に分散しており、ベイリー・ハーシュの式における定数は 0.5 とし、摩擦応力（転位が無い場合の変形に要する応力、すなわちパイエルズ応力）は無視して構わない。
- 問2 材料の結晶粒径 d を $1.0 \mu\text{m}$ としたとき、降伏応力 σ_y [MPa]をホール・ペッチ（Hall-Petch）の関係式を用いて求めよ。ただし、ホール・ペッチの関係式における内部応力（摩擦応力）は 70 MPa 、結晶粒界のすべりに対する抵抗を示す定数（ホール・ペッチ係数）は $5.0 \times 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$ である。
- 問3 材料中に球状粒子を均一に分散させ、粒子間距離が $\lambda = 10 \text{ nm}$ であったとき、降伏応力 σ_y [MPa]を求めよ。なお、粒子は十分な強度を有していて転位の移動にはオロワン（Orowan）機構がはたらくものとする。また粒子分散がない場合の応力は無視できるものとする。
- 問4 一般に強度と靱性にはトレードオフの関係があり、高強度化すれば靱性は低下するとされる。体心立方構造の金属では低温で延性－脆性遷移が生じ、遷移温度以下では脆性破壊する。しかしながら、上記の三つの強化法のうち、(b)の結晶粒微細化は低温脆性改善に有効であるとされる。その理由を降伏応力および脆性破壊応力の温度依存性あるいは結晶粒径依存性の観点から説明せよ。必要であれば図を用いて説明してもよい。